

GX 339-4のX線と可視光光度曲線の  
タイムラグ解析：  
可視光が先行する順相関成分

大間々知輝（広島大学）

# 概要

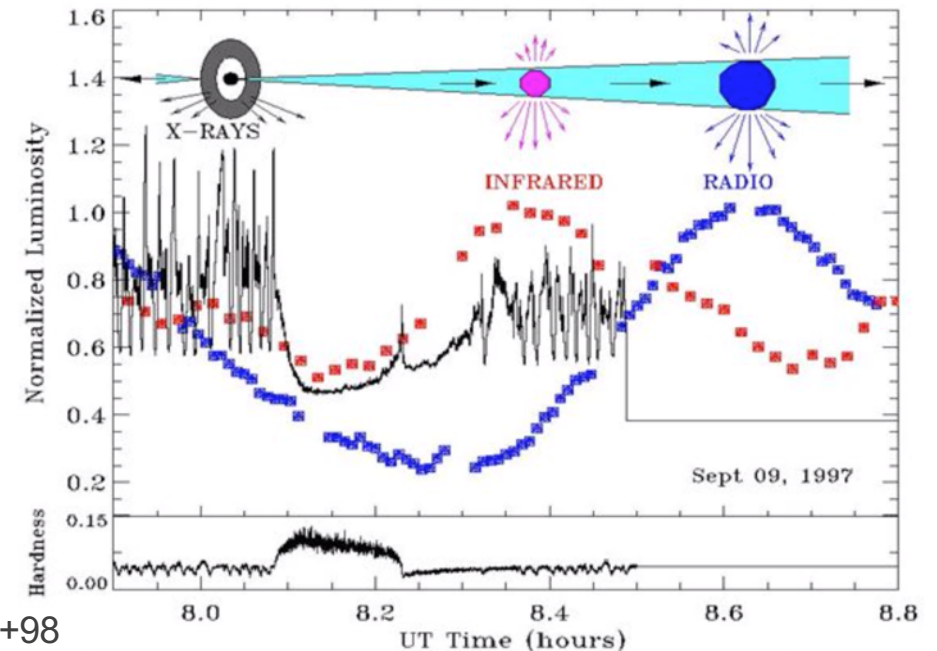
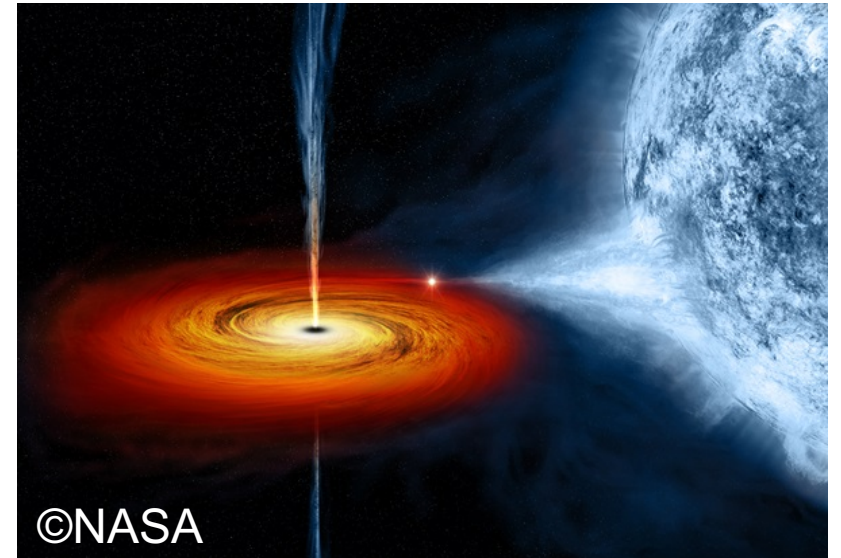
- ブラックホールと伴星の連星系をブラックホールX線連星 (BHXRБ) といい、その状態は主に2つの状態があると考えられている：光学的に厚く、幾何学的に薄い円盤 (標準円盤) が放射を支配しているソフト状態と、光学的に薄く、幾何学的に厚い円盤 (ADAF) が存在する硬状態である。
- 硬状態ではADAF以外にもジェットを伴うと考えられており放射機構はよく分かっていない。
- これらの放射の手がかりを調べる手法の一つに多波長のタイムラグ解析があり、主に相互相関関数 (CCF) が用いられる。
- 硬状態でX線と可視光のCCFを調べると以下の3つのラグ成分が複数の天体で報告されており、特に2つの反相関成分はその起源の議論が続いている。
  - A : 0.1 秒だけX線が先行する順相関、B : 1 秒だけX線が先行する反相関、C : 4 秒だけ可視光が先行する反相関
- 我々はこのような複雑な形のCCFが報告されているGX 339-4のデータに対して、新手法を用いて解析を行ったところ以下の2つの信号のみを検出した。
  - 0.1 秒だけX線が先行する信号 (XPS) 、1 秒だけ可視光が先行する信号 (OPS)
- さらに、OPSが周期的なことによって4秒だけ先行する成分 (C) が作られうることも発見した。OPSはこれまで報告されていない信号でありBHXRБの描像に更なる制限をかけることができる。

# 目次

- イントロ (p.2-8)
- 解析結果 (p. 9-14)
- 考察 (p.15)
- まとめ (p.16)

# ブラックホールX線連星とタイムラグ

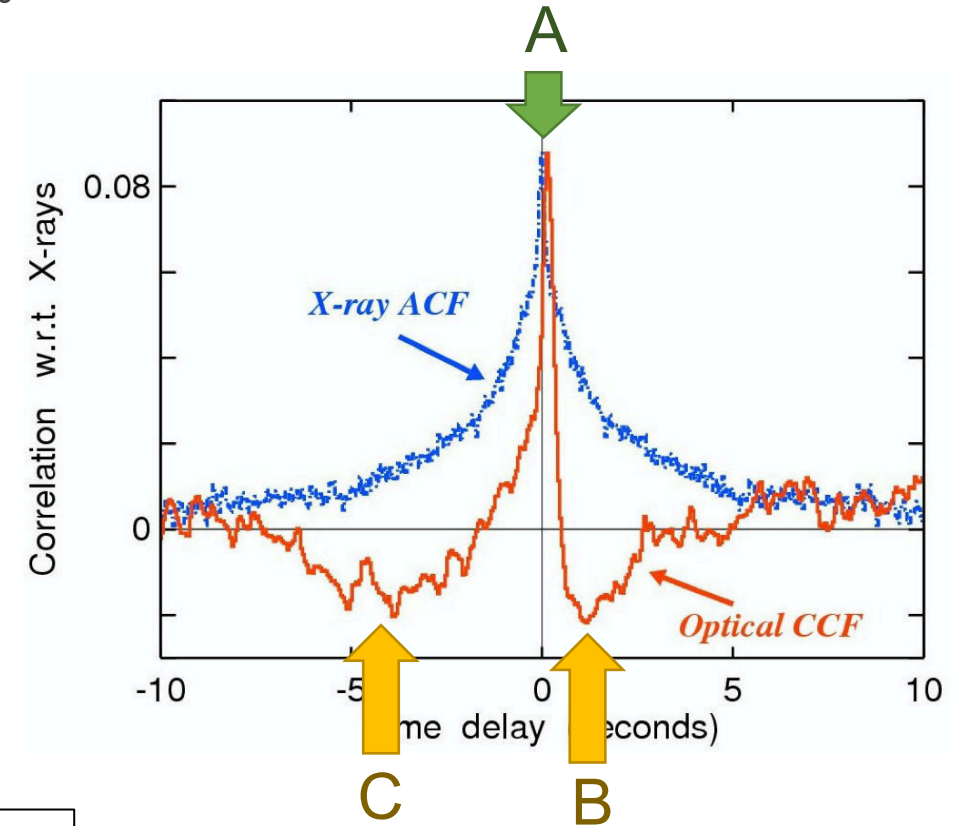
- ブラックホールX線連星 (BHXRБ)
  - 通常の恒星とブラックホール (BH) との近接連星系
  - 伴星のガスが降着することによる降着円盤やジェットによって電磁波を放射すると考えられている
  - 円盤の形や放射領域の位置などの**内部構造**、**放射メカニズム**など多くのことがわかっていない。
- BHXRБにおけるタイムラグ推定の意義
  - 多波長光度曲線における時間差 (タイムラグ) によって**内部構造の議論**ができる。
  - 例：GRS 1915+105 のX線、赤外線、電波の光度曲線
    - 観測事実：8.1 h にこれまで激しい変動を示していたX線が暗くなり、X線 (~8.2 h) 、赤外線 (~8.35 h) 、電波 (~8.6 h) の順にフレアを起こした。
    - 解釈：BH近傍でX線を放射していた電子がBHに落ち込むことで暗くなり、その電子がジェットとして噴出し、その電子がジェットの上流で赤外線、下流で電波を放射した。



# タイムラグの解析手法

- 相互相関関数
  - これまでタイムラグの解析手法として相互相関関数 (Cross-Correlation Function; CCF) が主に使われている。
  - CCFによるBHXRの解析 (GX 339-4 ; Gandhi+08)
    - 複数のラグ成分が見つかった (右図)
      - A : X線が先行する順相関成分
      - B : X線が先行する反相関成分
      - C : 可視光が先行する反相関成分
    - 物理解釈
      - 順相関成分の物理はエネルギーの伝搬を考慮すれば比較的考えやすい (例 : 再放射) 。
      - 反相関成分の物理はシンクロトロン自己吸収による描像などが考えられているがよく分かっていない。
  - CCFでは複数ラグ成分が存在する時に**それぞれを分離して**その特徴 (タイムスケール、振幅など) を捉える事は難しい -> **新たな手法の開発**

GX 339-4 のCCF (Gandhi+08)



我々の提案手法は光度曲線をフーリエ周波数に分解するので各ラグ成分ごとの光度曲線を再構成することができる。

# スパースモデリングとパワースペクトル推定

- スパースモデリング
  - 過学習を防ぎつつ目的の信号を抽出する統計手法
  - 具体的にはベクトル  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$  において多くの成分が0であることを仮定して問題を解く
- 光度曲線のフーリエ変換におけるスパースモデリング

時間空間

フーリエ空間

$$h(t) \approx 2\Delta f \sum_{j=1} [a_j \sin(2\pi f_j t) + b_j \cos(2\pi f_j t)] \quad \rightarrow \quad \mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

$$\begin{pmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_N \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 2\Delta f \cos(2\pi f_1 t_1) & \cdots & 2\Delta f \cos(2\pi f_{M/2} t_1) & 2\Delta f \sin(2\pi f_1 t_1) & \cdots & 2\Delta f \sin(2\pi f_{M/2} t_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 2\Delta f \cos(2\pi f_1 t_N) & \cdots & 2\Delta f \cos(2\pi f_{M/2} t_N) & 2\Delta f \sin(2\pi f_1 t_N) & \cdots & 2\Delta f \sin(2\pi f_{M/2} t_N) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_{M/2} \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{M/2} \end{pmatrix}$$

この解は

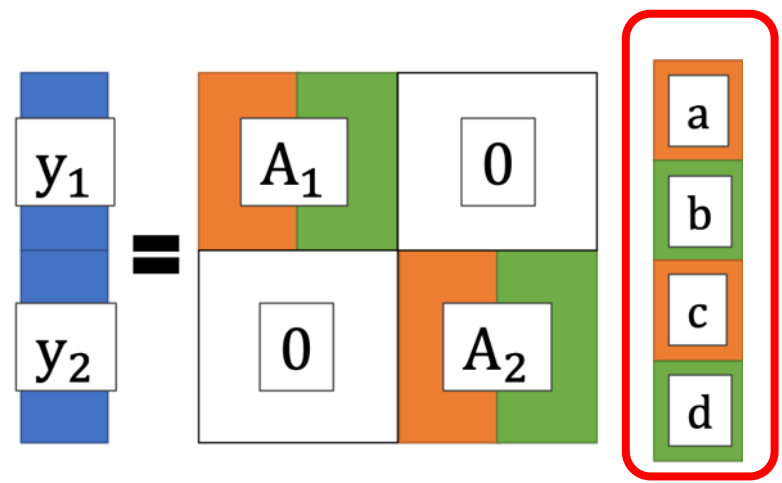
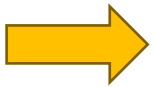
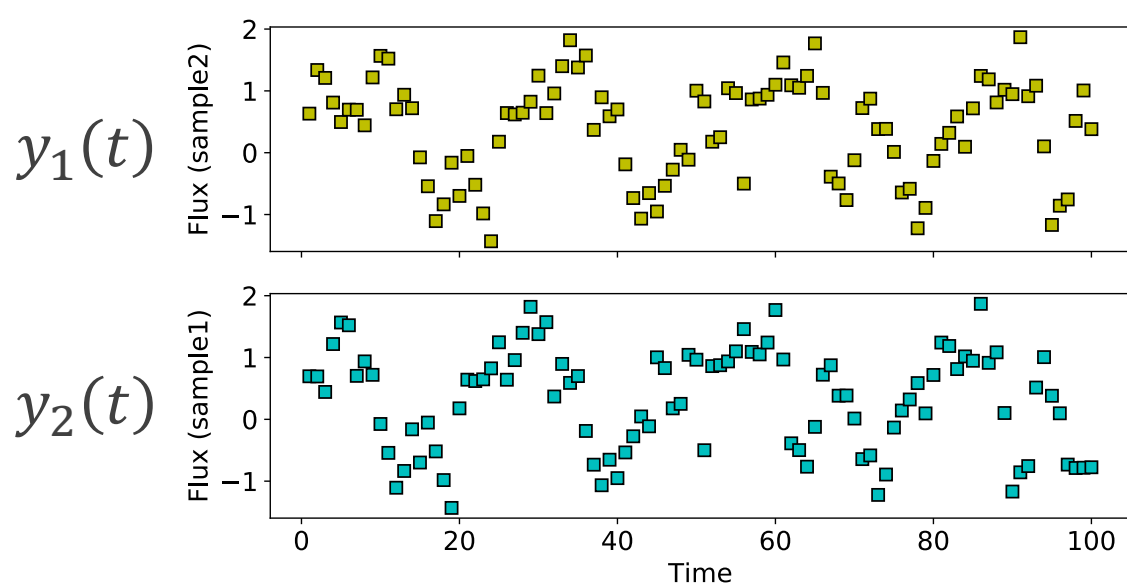
$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{y}} \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 \quad : \text{最小二乗法}$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{y}} \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \sum_j \sqrt{a_j^2 + b_j^2} \quad : \text{スパースモデリング}$$

罰則項

多くの  $a_j$  と  $b_j$  が 0  
 → ノイズを除去しつつ共通信号を抽出できる

# スパースモデリングを用いたラグ推定 = 共通成分解析



この式を解き  
係数を推定↓

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{y}} \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \sum_j \sqrt{a_j^2 + b_j^2 + c_j^2 + d_j^2}$$

求めた  $\mathbf{x}$  から各周波数ごとの振幅と位相差を求める。

$$\begin{cases} a_j \sin(2\pi f_j t) + b_j \cos(2\pi f_j t) = Q_{1,j} \sin(2\pi f_j(t + \Delta t_{1,j})) \\ c_j \sin(2\pi f_j t) + d_j \cos(2\pi f_j t) = Q_{2,j} \sin(2\pi f_j(t + \Delta t_{2,j})) \end{cases}, \quad Q_{1,j} = \sqrt{a_j^2 + b_j^2}, \quad 2\pi f_j \Delta t_{1,j} = \arctan \frac{b_j}{a_j}$$

$$, \quad Q_{2,j} = \sqrt{c_j^2 + d_j^2}, \quad 2\pi f_j \Delta t_{2,j} = \arctan \frac{d_j}{c_j}$$

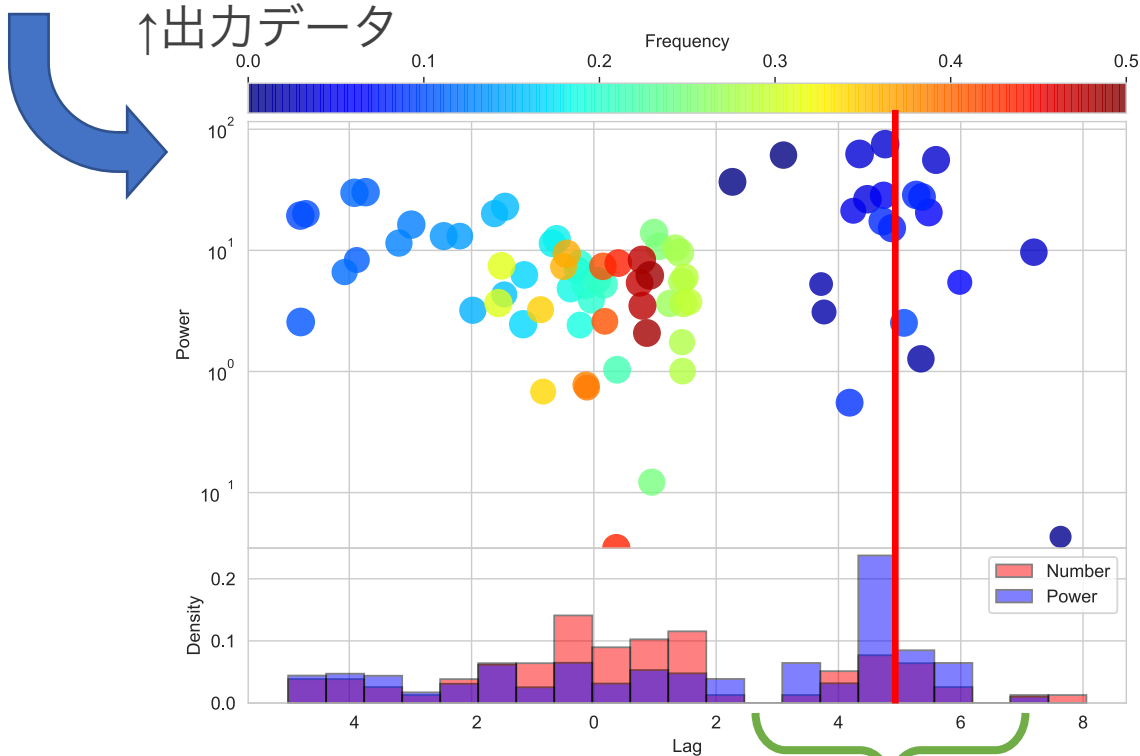
各周波数における2つの光度曲線の位相差をタイムラグとして求める。

$$2\pi f \tau_j = 2\pi f \Delta t_{1,j} - 2\pi f \Delta t_{2,j} \quad \tau_j = \Delta t_{1,j} - \Delta t_{2,j} : \text{time-lag}$$

# 共通成分解析の結果の見方

人工データ: 真値 = 5 (赤線)

Frequency	Lag	$\sqrt{Q_{1,j}^2 + Q_{2,j}^2}$	$Q_{1,j} = \sqrt{a^2 + b^2}$	$Q_{2,j} = \sqrt{c^2 + d^2}$	Period
0.00875	38.0056345	0.00925909	0.00641144	0.00668013	114.285714
0.01125	18.0792937	14.1614203	9.22395072	10.7454436	88.8888889
0.01875	-14.937549	0.38628034	0.25888657	0.28668841	53.3333333
0.02375	0.03579747	20.377152	20.1133509	3.2682469	42.1052632



多くの成分が集まっている  
-> タイムラグの候補

- 上図: カラーバブルプロット
  - バブルは4つの情報を持っている
    - x 軸: タイムラグ
    - y 軸: 振幅 ( $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}$ )
    - サイズ: 振幅の比率
      - $r_{\text{amp}} = \begin{cases} Q_1/Q_2 & (Q_1 < Q_2) \\ Q_2/Q_1 & (Q_1 > Q_2) \end{cases}$
      - 大きなバブルは両方の光度曲線に共通の成分を持っていることを示している。
      - 色: 周波数
- 下図: ヒストグラムと振幅ヒストグラム
  - 赤ビン: 成分のヒストグラム
  - 青ビン: ビン内にある成分の振幅の和

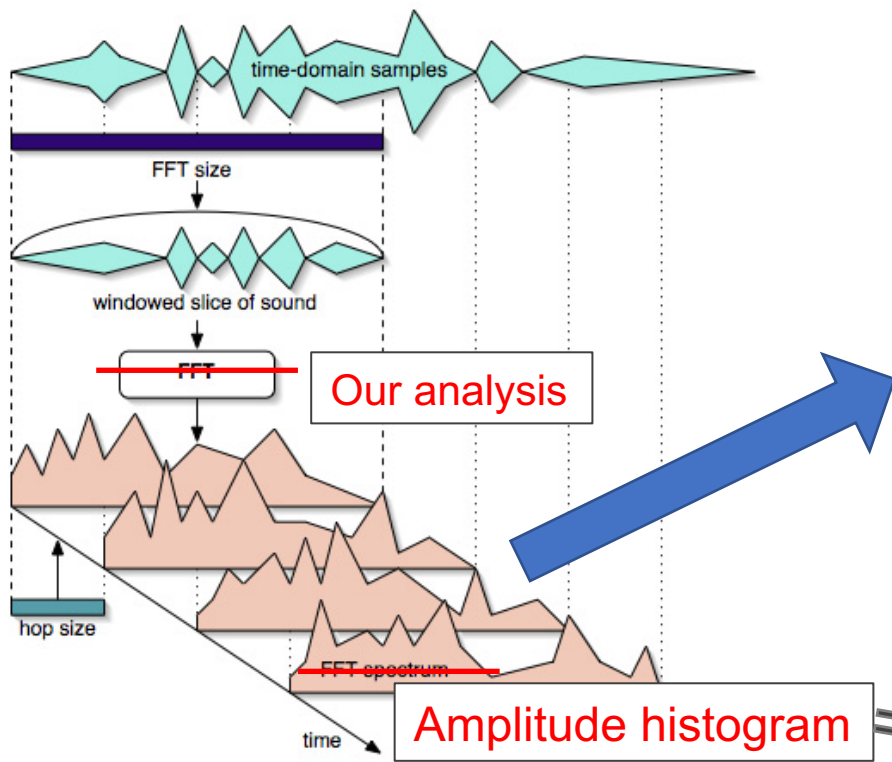
下図のヒストグラム等をヒントに上図の成分分布を見ることでタイムラグの候補を探す。



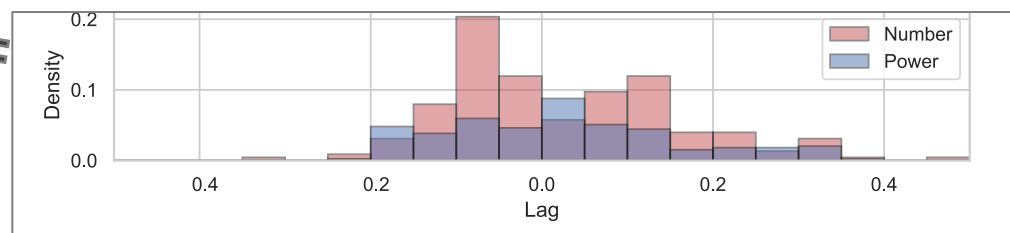
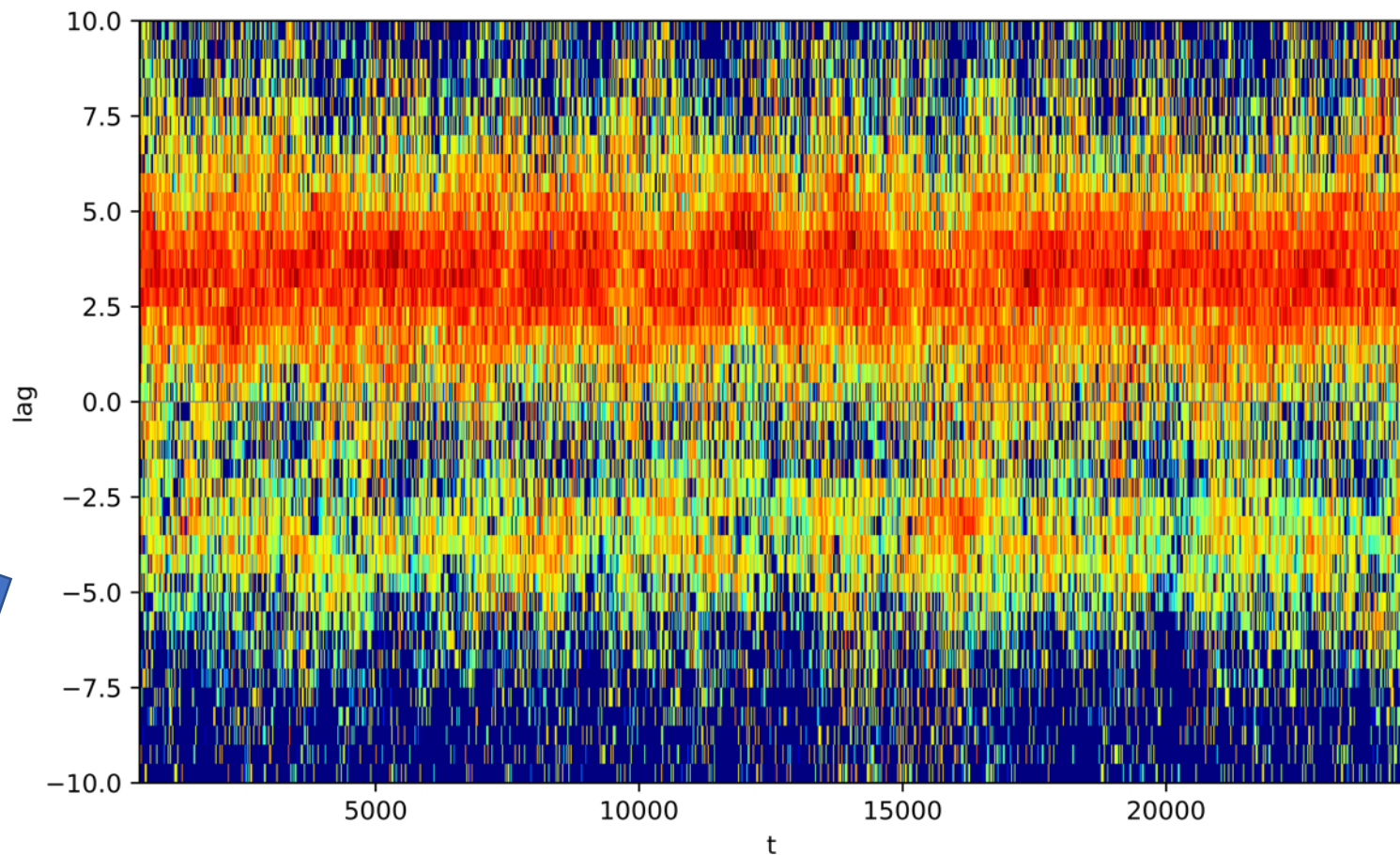
# ラグマップ

## • ラグマップ

- 振幅ヒストグラムの時間変化
- 成分分布の時間変化を捉えることができる。



## ラグマップの例 (タイムラグ4の人工データ)



From description for spectrogram

<https://cycling74.com/tutorials/the-phase-vocoder---part-i>

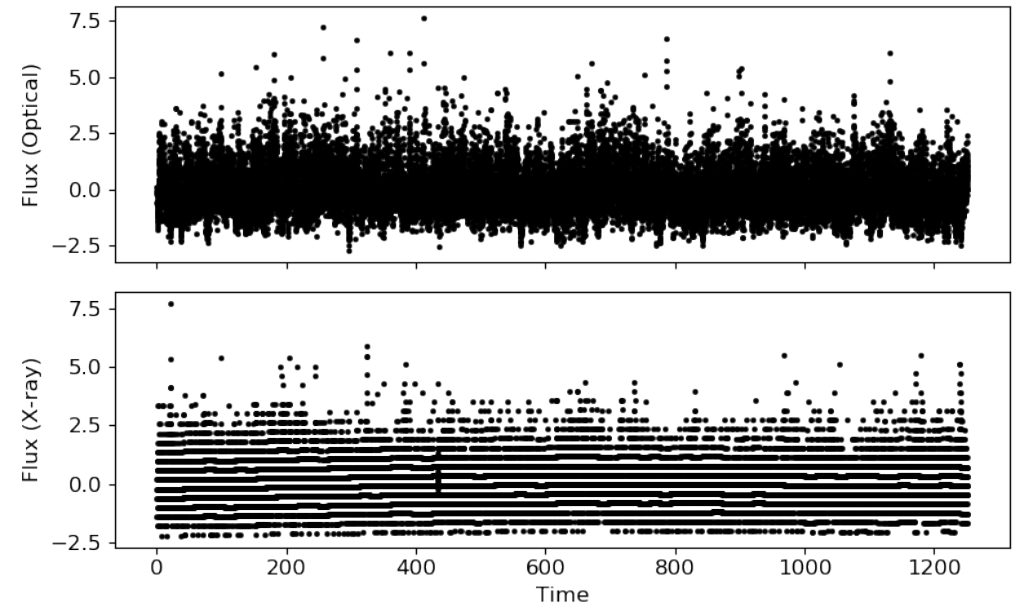
# 共通成分解析を用いたGX 339-4の解析

- GX 339-4
  - 元データ : P. Gandhi et al. 2008、以降G08
  - 状態 : Low/hard state
  - 観測波長帯 : X線と可視光
  - 光度曲線
    - 期間: ~1200 s
    - 時間分解能: 0.05 s
    - サンプル数: ~24000 (各光度曲線)

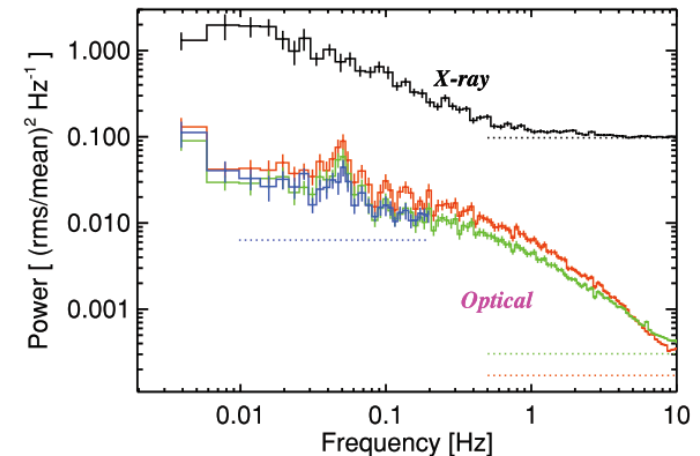
## X線光度曲線の特徴

- ポアソンノイズが支配的
    - X線のフラックスが離散的
    - CCFのピークの相関が弱い (~0.1)
    - 高周波 (>1 Hz) ではフラット
- > ローパスフィルターをかけて解析を行う

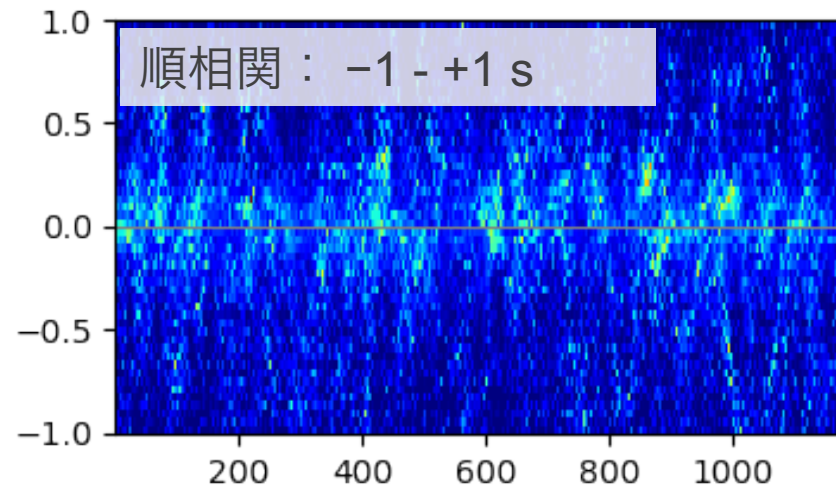
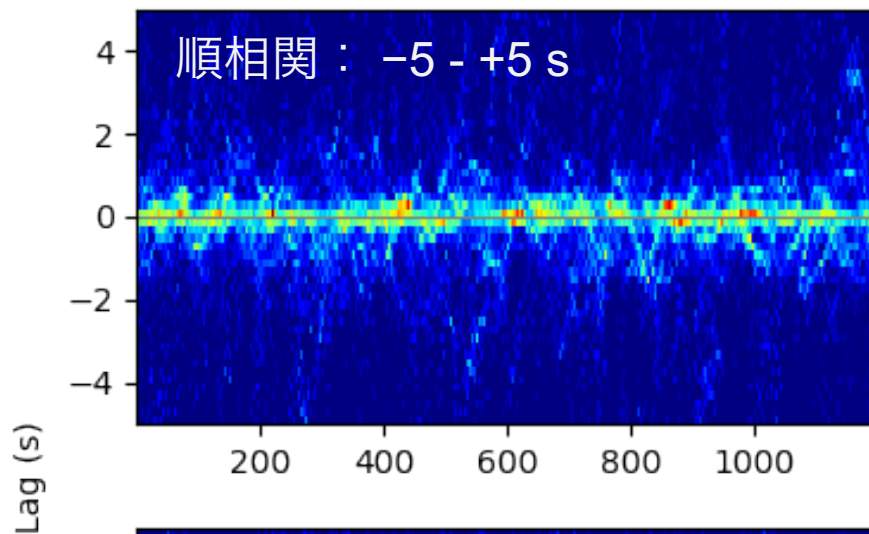
解析する光度曲線



パワースペクトル

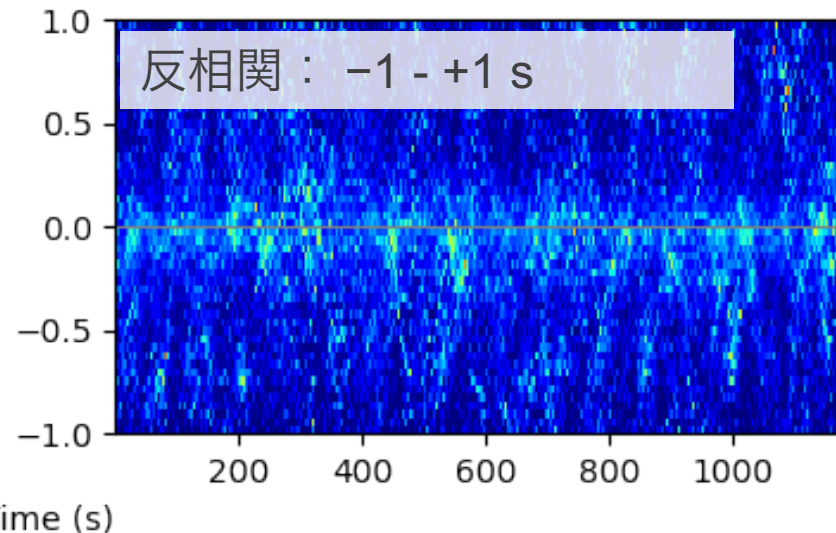
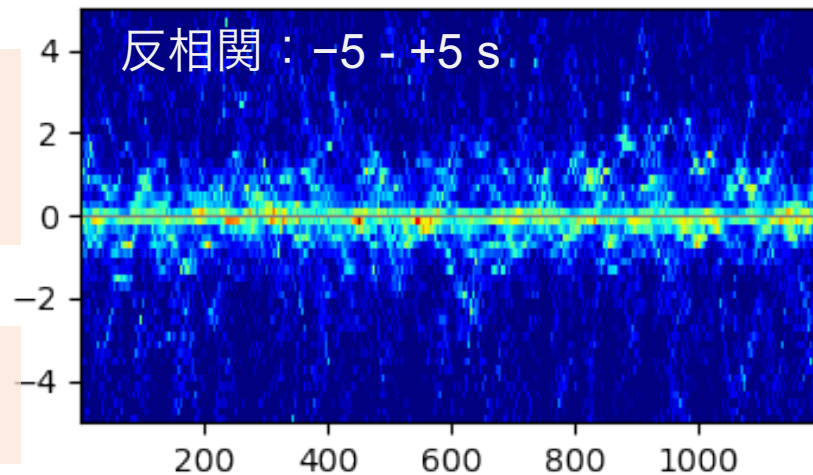


# GX 339-4の解析結果：ラグマップ



G08で報告されて  
いるタイムラグ  
 $\tau = +0.15$  s

G08で報告されて  
いるタイムラグ  
 $\tau^{\text{anti}} = +1-2$  s

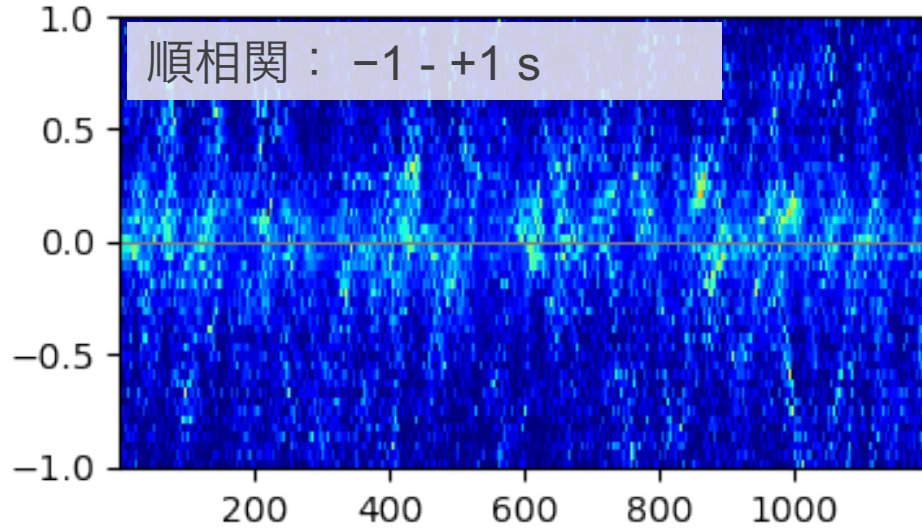


$\tau^{\text{anti}} = + -4$  sには  
連続成分なし



**2つの相関信号：順相関信号  $\tau = +0.15$  s、反相関信号  $\tau^{\text{anti}} = +1$  s  
-> これらの信号の詳細について調べるために各成分の光度曲線を再構成する**

# 各ラグ成分の抽出

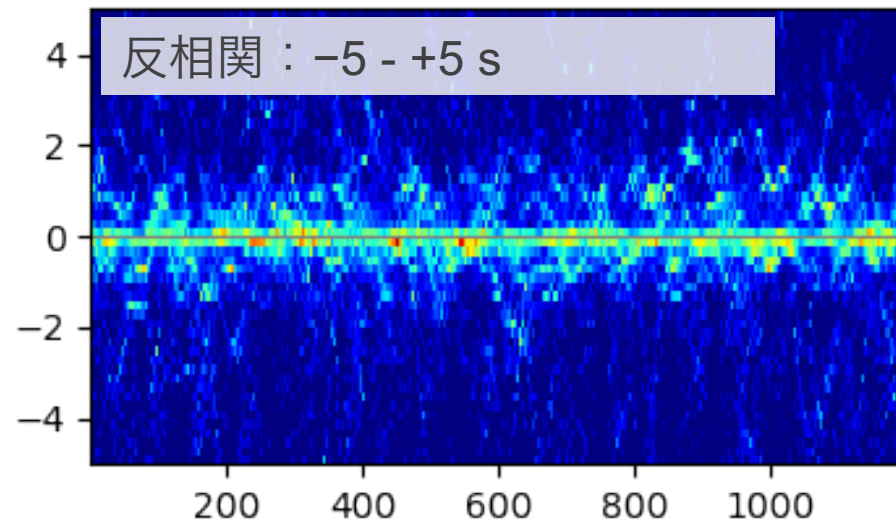


$\tau = +0.15 \text{ s}$  の順相関

有意性検定  
(Appendix 3)

→  
有意なラグ範囲にあるフーリエ成分を  $\tau = +0.15 \text{ s}$  として抽出、再構成

- 実際にほとんどの期間で  $\tau \sim +0.15 \text{ s}$  が有意と判断



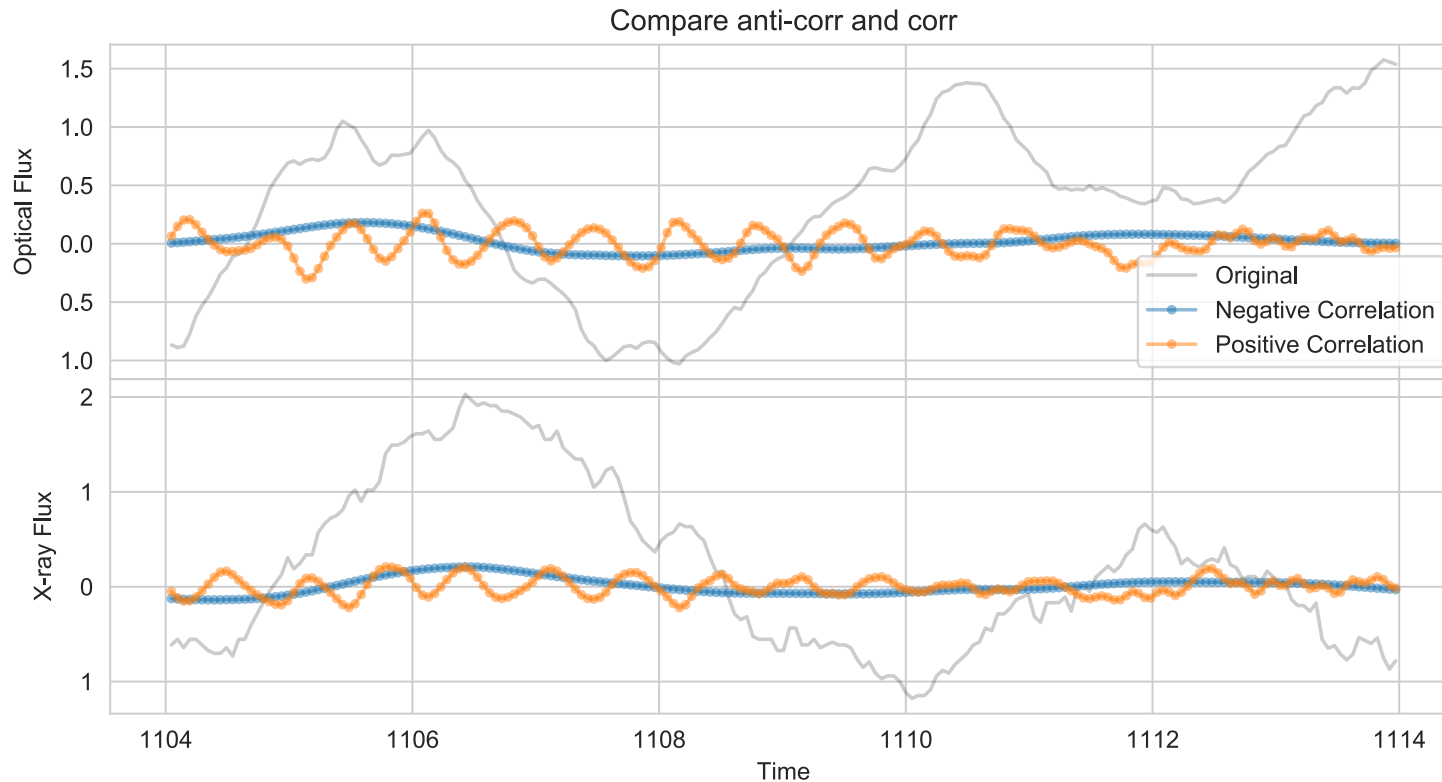
$\tau^{\text{anti}} = +1 \text{ s}$  の反相関

反相関ラグマップ内で  $0.5 - 2.5 \text{ s}$  にあるフーリエ成分を  $\tau^{\text{anti}} = +1 \text{ s}$  として抽出、再構成

# 再構成光度曲線：正の順相関信号 ( $\tau = +0.15 \text{ s}$ )

- 再構成光度曲線
  - 橙： $\tau = +0.15 \text{ s}$ の順相関
  - 青： $\tau^{\text{anti}} = +1 \text{ s}$ の反相関

## Ex. 1： $\tau = +0.15 \text{ s}$ についての議論

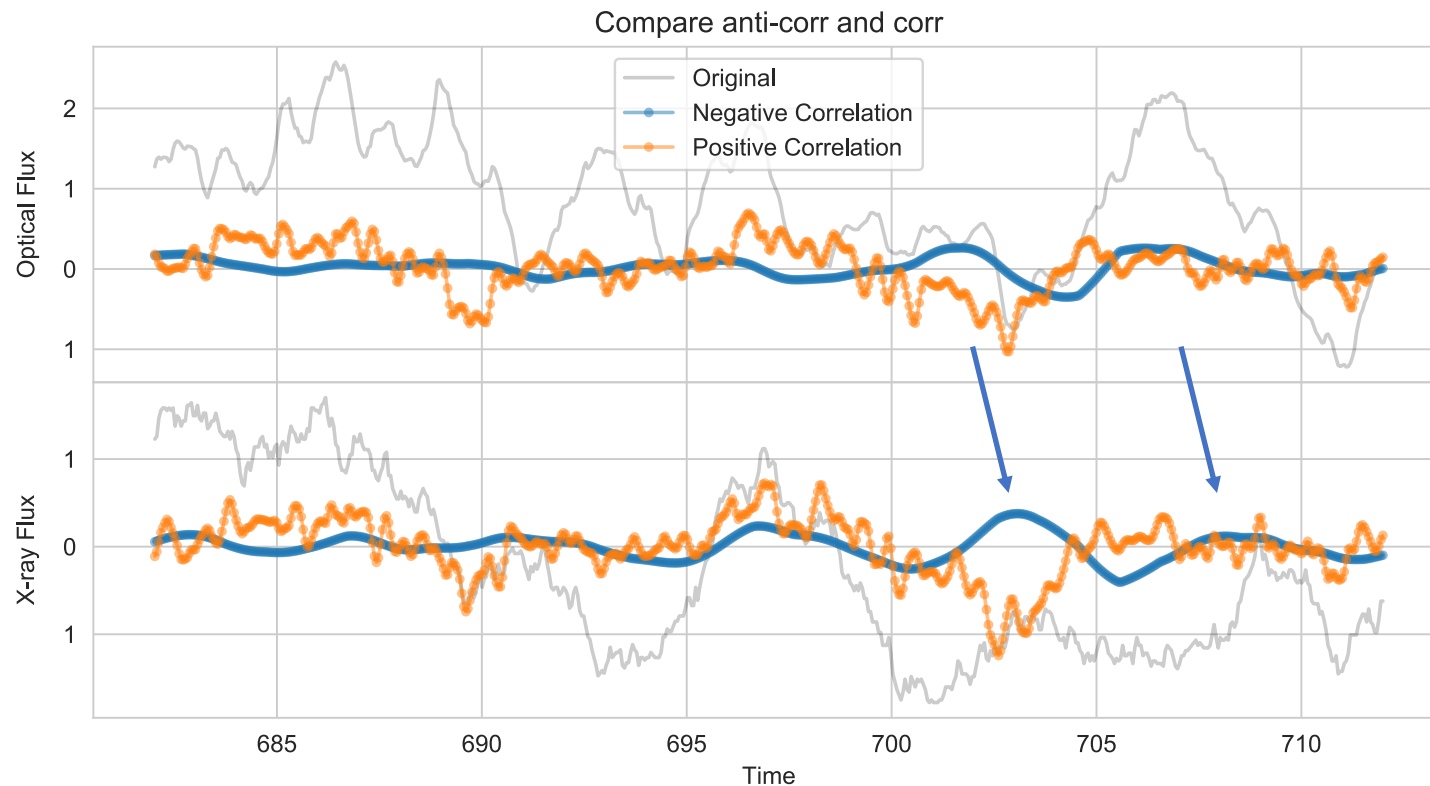


- 正の順相関成分 ( $\tau = +0.15 \text{ s}$ ) は定常的に存在する。
- しかし、その振幅やタイムスケールは時間と共に変化している。

# 再構成光度曲線：正の反相関信号 ( $\tau^{\text{anti}} = +1 \text{ s}$ )

- 再構成光度曲線
  - 橙： $\tau = +0.15 \text{ s}$ の順相関
  - 青： $\tau^{\text{anti}} = +1 \text{ s}$ の反相関

Ex. 2： $\tau^{\text{anti}} = +1 \text{ s}$  についての議論



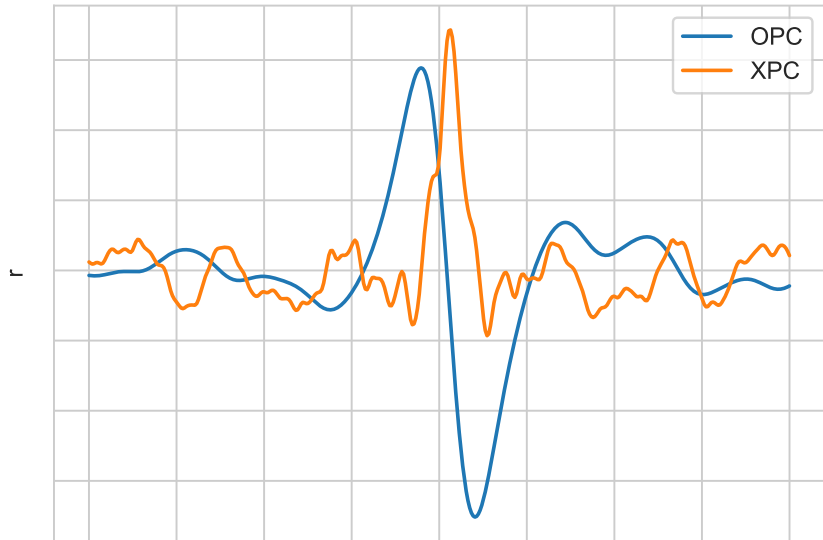
正の反相関信号は-1秒の順相関タイムラグ振動のように見える。



$\tau^{\text{anti}} = +1 \text{ s}$  の反相関  
=  $\tau = -1 \text{ s}$  の順相関  
= Optical Preceding Signal (OPC)

一方で  
 $\tau = +0.15 \text{ s}$  の順相関  
= X-ray Preceding Signal (XPC)

# 再構成光度曲線のCCF

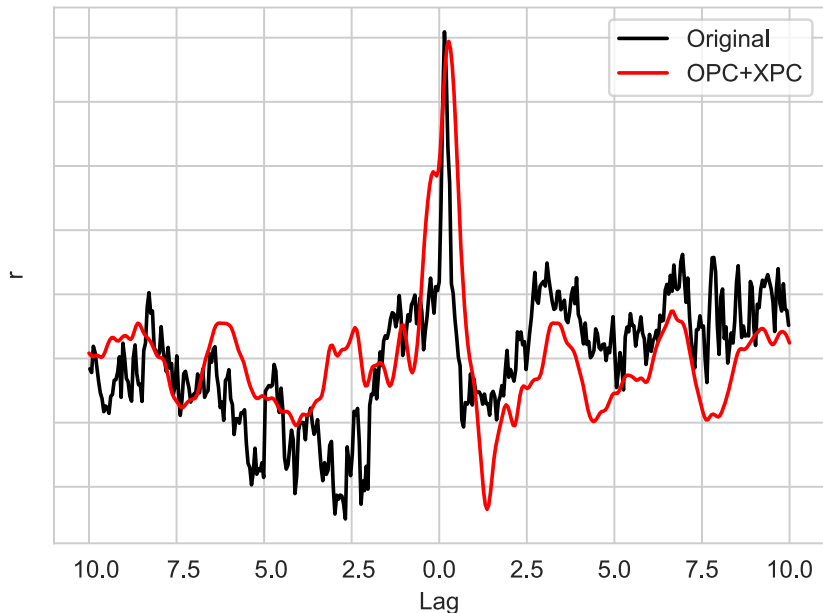


上図

- 橙：XPS = X線が先行する信号
  - +0.15 sにピークを持つ
- 青：可視光が先行する信号
  - -1 sにピーク
  - -3 s と +1 s に凹み
  - 周期的な信号 -> CCFが大きなピークと凹みを持つ

下図

- 黒：観測された光度曲線のCCF
- 赤：XPS と OPS を足し合わせた光度曲線
  - +0.15 sにピーク、-3 sと+1 sに凹み



複雑な形のCCFは

- X線が先行する信号
- 可視光が先行する信号

の2つの成分で説明することができる

# 可視光成分の物理解釈

- 推定結果から物理スケールの計算（6太陽質量として計算）

- タイムスケール5秒

- 移動優勢流（ADAF）の大きさの場合

- BHへの自由落下時間

- $r = (2GM)^{1/3} t_{\text{ff}}^{1/3} \Big|_{t_{\text{ff}}=5} \sim 2 \times 10^9 \text{ cm} \sim 2 \times 10^3 R_s$

- 標準円盤のケプラー周期の場合

- 自由落下時間とほぼ同じになる

- $r \sim 2 \times 10^3 R_s$

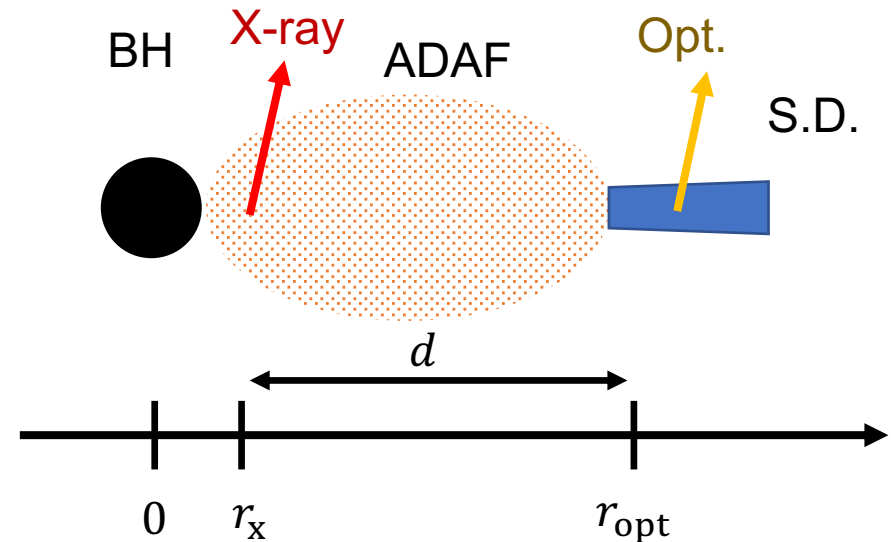
- タイムラグ1秒

- 電子のBHへの降着時間の場合

- $d = (2GM)^{1/3} t_{\text{ff}}^{1/3} \Big|_{t_{\text{ff}}=1} \sim 10^9 \text{ cm} \sim 10^3 R_s$

- 可視光の伝搬時間（light-crossing time）

- $d = ct \Big|_{t=1} \sim 10^{10} \text{ cm} \sim 10^4 R_s$



例えば上図のような構造をしていれば、可視光の放射領域がBHから  $r_{\text{opt}} \sim 2 \times 10^3 R_s$  の距離にあり、そのガスがADAF内をほぼ自由落下して降着する時間がタイムラグの1秒に相当している



# まとめ

- 我々の新手法をGX 339-4のデータセットに適用した。
- G08で報告されているX線に対して可視光のタイムラグが+0.15 秒の順相関と+1 秒の反相関を検出した。
- これらの成分を抽出し光度曲線を再構成し、これらのCCFを計算したところ+1秒可視光が先行する信号を検出し、これらの成分が周期的なことで、G08で報告されていた+1秒と-4秒の反相関が作られうることを確認した。